FIZYKA WSPÓŁCZESNA

Laboratorium

Instrukcja do ćwiczenia nr 1

Temat: Wyznaczanie nieznanej długości fali wiązki laserowej

I. Zagadnienia do samodzielnego opracowania

1. Równanie fali i znaczenie występujących tu wielkości.
2. Charakterystyczne cechy promieniowania laserowego.
3. Opis analityczny zjawiska dyfrakcji i interferencji fal na dwóch otworach.
4. Siatka dyfrakcyjna – układ prążków.

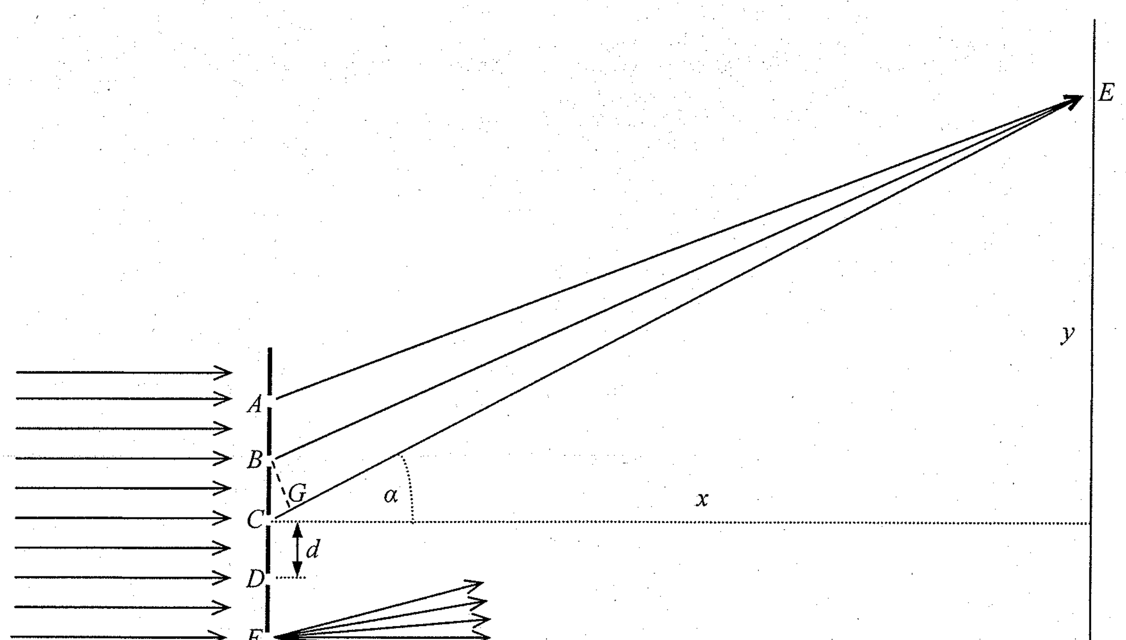
II. Wprowadzenie

Celem ćwiczenia jest pomiar długości fali wiązki laserowej z wykorzystaniem siatki dyfrakcyjnej.

Siatką dyfrakcyjną nazywamy zbiór dużej liczby równoległych szczelin oddzielonych równoległymi przegrodami nieprzepuszczającymi światła. W praktyce wystarczy jednak, żeby przezroczysty materiał siatki w miejscu szczelin różnił się jakąkolwiek cechą optyczną od miejsc nazywanych przegrodami, np. transmisyjnością, współczynnikiem załamania. Najczęściej siatkę dyfrakcyjną uzyskuje się przez zarysowanie powierzchni szklanej równoodległymi rowkami.

a. Zasada pomiaru

Jeżeli siatkę oświetlimy światłem, to zgodnie z zasadą Huyghensa każda szczelina staje się źródłem fali walcowej. Promień świetlny padający na szczelinę ulega ugięciu we wszystkich kierunkach tak, jak to pokazano na rys. 1 dla szczeliny F. Do każdego miejsca za siatką docierają fale cząstkowe z wszystkich otworów i interferują ze sobą. W miejscach na ekranie, gdzie fazy wszystkich docierających fal są zgodne, następuje wzmocnienie i obserwujemy tam jasny prążek.



Rys. 1. Tworzenie się wzmocnienia fal dla promieni ugiętych pod kątem α.

Ponieważ ekran jest bardzo daleko, promienie wychodzące ze wszystkich szczelin możemy uznać za w przybliżeniu równoległe. Dwa sąsiednie promienie docierające pod kątem α do punktu E ekranu różnią się długością swoich dróg o długość odcinka CG, oznaczoną przez Δ, którą można obliczyć wiedząc, że kąt CBG jest także równy α:

$$\Delta = d \cdot \sin\alpha \qquad (1)$$

Warunkiem wzmocnienia (dodatniej interferencji) jest to, żeby wszystkie fale docierające do punktu E były zgodne w fazie, czyli żeby różnica dróg optycznych sąsiednich promieni była równa całkowitej wielokrotności długości fali λ:

$$\Delta = n\lambda \tag{2}$$

Prowadzi to do warunku na kąt, pod którym powstaje n-ty prążek:

$$\sin\alpha = \frac{n\lambda}{d} \tag{3}$$

Znając długość fali λ_0 lasera wzorcowego, można stąd wyznaczyć nieznaną stałą d siatki dyfrakcyjnej, wcześniej obliczywszy $\sin\alpha$ ze zmierzonej odległości x siatki od ekranu i współrzędnej y_0 prążka:

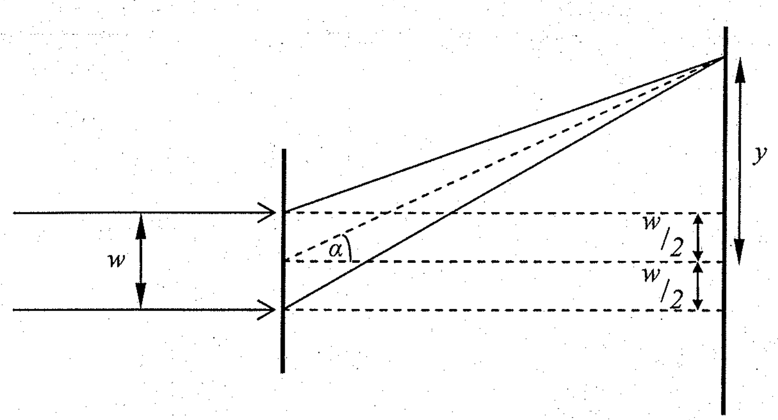
$$d = n\lambda_o \frac{\sqrt{x^2 + y_o^2}}{y_o} \tag{4}$$

Tak wyznaczoną stałą siatki d można się posłużyć w celu obliczenia nieznanej długości fali λ światła lasera mierzonego, powtarzając pomiary jeszcze raz, tym razem z użyciem mierzonego lasera. W tym celu przekształcamy wzór (4) dostając

$$\lambda = \frac{d\,y}{n\sqrt{x^2 + y^2}} \tag{5}$$

b. Warunek równoległości

W powyższym wyprowadzeniu zakłada się, że promienie ugięte przez siatkę są do siebie równoległe. Jest to słuszne, gdy ekran leży bardzo daleko lub gdy stosuje się soczewkę skupiającą równolegle promienie w ognisku na ekranie. W celu zwiększenia dokładności pomiaru długości fali ekran ma być jak najdalej od siatki dyfrakcyjnej. Dlatego można zastosować soczewkę o dużej ogniskowej lub przeprowadzać pomiary bez użycia soczewki, sprawdzając jednak warunek dostatecznej równoległości promieni. Warunek ten otrzymuje się rozważając skrajne promienie opuszczające siatkę dyfrakcyjną. Mają one początkową odległość równą szerokości w wiązki laserowej, wg rys. 2.



Rys. 2. Skrajne promienie wiązki laserowej padające na ekran

Obie drogi skrajnych promieni po ugięciu przez siatkę są równe

$$l_{1,2} = \sqrt{x^2 + \left(y \pm \tfrac{1}{2}w\right)^2} \tag{6}$$

Podnosząc sumę pod pierwiastkiem do kwadratu i wyłączając przed nawias $\sqrt{x^2 + y^2}$:

$$l_{1,2} = \sqrt{x^2 + y^2}\sqrt{1 + \frac{\frac{1}{4}w^2 \pm yw}{x^2 + y^2}} \tag{7}$$

Po zastosowaniu następującego uproszczenia słusznego dla $\Delta << 1$

$$\sqrt{1+\Delta} \approx 1 + \tfrac{1}{2}\Delta - \tfrac{1}{8}\Delta^2 + \tfrac{1}{16}\Delta^3 \tag{8}$$

można obliczyć przybliżoną wartość różnicy skrajnych dróg optycznych

$$\Delta l = l_1 - l_2 = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}w - \frac{1}{8}\left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)^3\left[1 - \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)^2\right]\frac{w^3}{y^2} \tag{9}$$

Pamiętając, że $\sin\alpha = \dfrac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

otrzymujemy

$$\Delta l = w\sin\alpha - \tfrac{1}{8}\sin^3\alpha\,\cos^2\alpha\,\frac{w^3}{y^2}$$

lub

$$\Delta l = w\sin\alpha - \tfrac{1}{8}\sin\alpha\,\cos^4\alpha\,\frac{w^3}{x^2} \tag{10}$$

Jeżeli α jest kątem dla jasnego prążka, to podobnie jak we wzorach (1) i (2) człon $w\sin\alpha$ jest równy wielokrotności długości fali, czyli $w\sin\alpha = mn\lambda$, gdzie m jest liczbą szczelin siatki zawartych w szerokości wiązki $w=md$. Dlatego członu tego można nie uwzględniać w wyrażeniu (10). Żeby interferencja promieni pochodzących od wielu szczelin w siatce, rozłożonych na szerokości w, dawała pożądany rezultat, to różnica długości dróg skrajnych promieni pomniejszona o wielokrotność długości fali musi być mniejsza od połówki długości fali, czyli

$$\tfrac{1}{8}\sin\alpha\,\cos^4\alpha\,\frac{w^3}{x^2} < \frac{\lambda}{2} \tag{11}$$

Dostajemy stąd ostateczny warunek na maksymalną szerokość wiązki laserowej

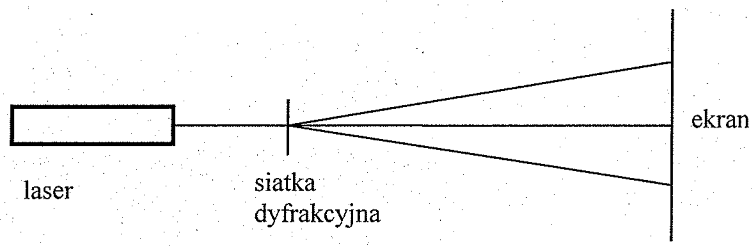
$$w < \sqrt[3]{\frac{4\lambda x^2}{\sin\alpha\,\cos^4\alpha}} \tag{12}$$

lub

$$w < \sqrt[3]{\frac{4d\,x^2}{n\,\cos^4\alpha}} \tag{13}$$

III. Wykonanie ćwiczenia

1. Zestawić układ pomiarowy według schematu z rys. 3, posługując się laserem wzorcowym. Decyzję o włączeniu lasera uzależnić od prowadzącego zajęcia.
   Po włączeniu zachować daleko idącą ostrożność tak, żeby promień lasera nie dostał się do oka.
   Odczytać długość fali λ_o lasera wzorcowego. Zmierzyć odległość x ekranu od siatki oraz odległości y_0 każdego prążka od prążka zerowego, uwzględniając prążki o numerach dodatnich i ujemnych.



Rys. 3. Schemat układu pomiarowego

2. Zestawić układ pomiarowy według schematu z rys. 3, posługując się laserem mierzonym. Decyzję o włączeniu lasera uzależnić od prowadzącego zajęcia.
   Po włączeniu zachować daleko idącą ostrożność tak, żeby promień lasera nie dostał się do oka.
   Zmierzyć y każdego prążka od prążka zerowego, uwzględniając prążki o numerach dodatnich i ujemnych.
   Zmierzyć przybliżoną szerokość wiązki laserowej w posługując się przyrządem nie dającym odblasków.
3. Wyniki pomiarów zapisać w tabelce

λ_0	x	$U(x)$	n	y_0	$U(y_0)$	n	y	$U(y)$	w
[ ]	[ ]	[ ]		[ ]	[ ]		[ ]	[ ]	[ ]

IV. Obliczenia

1. Obliczyć stałą d_n siatki dyfrakcyjnej wg wzoru (4) dla każdego numeru n prążka.
2. Obliczyć niepewność $u(x)$, $u(y_0) = u(y)$ metodą typu B.
3. Obliczyć niepewności $u(d_n)$ dla każdego numeru n prążka metodą przenoszenia niepewności z $u(x)$, $u(y_0)$.
4. Obliczyć średnią stałą siatki $d_{śr}$ oraz jej niepewność $u(d_{śr})$ metodą średniej ważonej, ponieważ niepewności $u(d_n)$ są różne. Należy skorzystać z następujących wzorów na średnią $X_{śr}$ wielu wielkości X_n oraz jej niepewność $u(X_{śr})$

$$X_{śr} = \frac{\sum_{n=1}^{k} X_n W_n}{\sum_{n=1}^{n} W_n}, \qquad W_n = \frac{1}{[u(X_n)]^2}, \qquad u(X_{śr}) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{n=1}^{k} W_n}}$$

5. Obliczyć nieznaną długość fali λ_n dla mierzonego lasera wg wzoru (5) dla każdego numeru n prążka.
6. Obliczyć niepewności $u(\lambda_n)$ dla każdego prążka metodą przenoszenia niepewności z $u(x)$, $u(y)$ i $u(d_{śr})$.
7. Obliczyć średnią długość fali $\lambda_{śr}$ oraz jej niepewność $u(\lambda_{śr})$ metodą średniej ważonej.
8. Wyniki obliczeń zapisać w tabeli obejmującej wielkości d_n, $u(d_n)$, $d_{śr}$, $u(d_{śr})$, λ_n, $u(\lambda_n)$, $\lambda_{śr}$, $u(\lambda_{śr})$.
9. Sprawdzić czy spełniony jest warunek (13) na maksymalną szerokość wiązki laserowej.

Literatura

J. Massalski, M. Massalska, *Fizyka dla inżynierów*, t.1, WNT, Warszawa 2001
R. Resnick, D. Halliday, *Fizyka*, t. III, PWN, Warszawa 2010