

LABORATORIUM LASEROWE TECHNIKI
OBRÓBKI I WYTWARZANIA

Instrukcja do ćwiczenia 9

POMIAR ŚREDNICY OTWORU

1. Cel i zakres ćwiczenia.

Celem ćwiczenia jest pomiar średnicy otworu w cienkiej metalowej blaszce, który został uprzednio wykonany za pomocą neodymowego lasera impulsowego. Pomiar średnicy – tak jak i wykonanie otworu – odbywa się metodami optycznymi.

2. Wiadomości teoretyczne. Dyfrakcja Fraunhofera na pojedynczym otworze

Rozpatrzmy teraz zjawiska związane z przechodzeniem światła emitowanego ze źródła S przez otwór w nieprzeźroczystej przesłonie. Po przeciwnej stronie przesłony z otworem w pewnej odległości znajduje się ekran, służący do obserwacji wytworzonych obrazów.

Okazuje się, że w opisanych wyżej warunkach zaobserwować można obrazy, których nie da się wytłumaczyć przy pomocy optyki geometrycznej i których wytłumaczenie wymaga uwzględnienia falowej natury światła (pomimo, że mamy tylko jeden otwór i nie ma, wobec tego, efektów interferencyjnych). Przypomnijmy, że rozróżniamy zjawisko *dyfrakcji*, czyli ugięcia fali świetlnej na pojedynczym otworze i zjawisko *interferencji*, związane ze wzajemnym oddziaływaniem nakładających się fal świetlnych przechodzących przez różne otwory.

Z poniższych rozdziałów obowiązkowe są ich końcowe wnioski oznaczone pionową linią po lewej stronie tekstu.

2.1. Zasada Huyghensa-Fresnela i zasada Babineteta

Wyobraźmy sobie najpierw, że pomiędzy źródłem S i punktem obserwacyjnym P nie ma żadnej przesłony; wówczas pole w punkcie P będzie całkowicie określone przez pole fali świetlnej E_S emitowanej przez źródło S:

$$E_1(P) = E_S. \quad (1)$$

W powyższym zapisie pomijamy strzałki wektorowe; stosujemy bowiem prostszy, skalarny opis światła, w którym zaniedbujemy polaryzację (jest to podejście, którego używali Huyghens, Fresnel i Kirchoff, autorzy sformułowania teorii interferencji i dyfrakcji).

W następnym kroku wyobraźmy sobie, że pomiędzy źródło S i punkt P wprowadziliśmy nieprzeźroczystą przesłonę z otworem, ale otwór jest zamknięty “zatyczką”, wykonaną z tego samego materiału. Mamy wówczas:

$$E_2(P) = E_{\text{przeslony}} + E_{\text{zatyczki}} = 0, \quad (2)$$

gdzie $E_2(P)$ jest całkowitym polem fali świetlnej w punkcie P ekranu, a $E_{\text{przeslony}}$ i E_{zatyczki} oznaczają pola wyindukowane dzięki obecności, odpowiednio, przesłony z otworem i zatyczki zamykającej ten otwór. Oczywiście, ponieważ przesłona jest nieprzeźroczysta i otwór jest zasłonięty, pole to musi być równe zero. Istnienie pól $E_{\text{przeslony}}$ i E_{zatyczki} wynika wprost z zasady superpozycji; jeśli wskutek wprowadzenia do układu ośrodka materialnego (przesłona z zatyczką), jakieś, obecne przedtem pola znikają, to musi to być konsekwencją wytworzenia przez ten ośrodek odpowiednich kompensujących pól. Fizyczne pochodzenie tych pól nie jest wcale takie tajemnicze; materia składa się przecież z ładunków elektrycznych, które pod wpływem zewnętrznych pól elektrycznych będą wykonywać drgania wytwarzając dzięki temu te dodatkowe pola o tej samej częstotliwości.

Przy odsłoniętym otworze (oczywiście jest to sytuacja, która nas najbardziej interesuje):

$$E_3(P) = E_{\text{przeslony}}, \quad (3)$$

a więc, z dwóch ostatnich równań mamy:

$$E_3(P) = -E_{\text{zatycki}}. \quad (4)$$

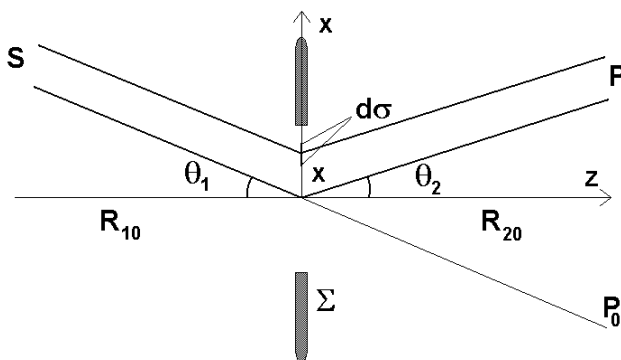
Jest to bardzo interesujący i może trochę zaskakujący wynik; pole pochodzące od fali świetlnej za przesłoną z otworem jest, z dokładnością do znaku, równe polu pochodzącemu od elementu dopełniającego (zatycki) zasłaniającego otwór. Wynik ten stanowi podstawę tzw. zasady Huyghensa-Fresnela która opiera się na idei fikcyjnych oscylatorów rozłożonych na powierzchni otworu (będziemy te oscylatory nazywali oscylatorami Huyghensa). Zasada ta stwierdza, że każdy punkt czoła fali może być uważany za źródło nowej fali wtórnej (fikcyjny oscylator Huyghensa). Obwiednia tych fal tworzy nowe czoło fali. Ilościowe (choć uproszczone) sformułowanie tej zasady przedstawimy za chwilę. Inny ciekawy wniosek, wynikający z powyższych rozważań, stanowi podstawę zasady Babinet'a; która mówi, że ponieważ

$$E_{\text{przesłony}} + E_{\text{zatycki}} = 0, \text{ czyli } E_{\text{przesłony}} = -E_{\text{zatycki}} \quad (5)$$

zatem pola są z dokładnością do znaku równe, a więc także obrazy dyfrakcyjne od otworu i komplementarnego do niego elementu dopełniającego są takie same. Spodziewamy się zatem, że na przykład obrazy dyfrakcyjne od szczeliny i pręta o tej samej szerokości będą podobne.

2.2. Całka dyfrakcyjna Fresnela-Kirchhoffa w przybliżeniu Fraunhofera

Sformułowanie podstaw koncepcyjnych potrzebnych do rozpatrywania zjawisk dyfrakcji na pojedynczych otworach o różnych kształtach zawdzięczamy Huyghensowi, Fresnelowi i Kirchhoffowi. Ponieważ podstawy fizyczne (zasada Huyghensa-Fresnela, Babinet'a, koncepcja fikcyjnych oscylatorów i jej uzasadnienie fizyczne) były już dyskutowane, zatem w tej chwili skupimy się na przedstawieniu samego formalizmu. Rozważymy, dla skupienia uwagi, przypadek pojedynczego otworu o dowolnym kształcie, pokazany na rys. 1. Fala świetlna dochodząca do punktu P będzie superpozycją wtórnych fal emitowanych przez fikcyjne oscylatory Huyghensa rozłożone w otworze i wzbudzone przez falę pierwotną emitowaną przez źródło S.



Rys. 1. Źródło fali świetlnej S i punkt na ekranie obserwacyjnym P umieszczono w odległościach R_{10} i R_{20} od nieprzezroczystej przesłony z otworem w kierunkach określonych kątami θ_1 i θ_2 , odpowiednio. Pokazano dwa promienie dochodzące do otworu z S i odpowiednio dwa promienie odpowiadające falam emitowanym w kierunku P przez fikcyjne oscylatory umieszczone na elemencie powierzchni $d\sigma$ w środku układu współrzędnych i w punkcie o współrzędnej x . Dla punktu odniesienia P_0 kąt θ_2 jest równy (ze znakiem minus) kątowi θ_1 .

Zakładamy, że spełniony jest warunek Fraunhofer'a, zatem dwa promienie dochodzące z S do otworu i odpowiadające fali kulistej wysyłanej z S i dochodzącej do fikcyjnych oscylatorów w początku układu współrzędnych i w elemencie powierzchni otworu $d\sigma$ punkcie o współrzędnej x , są do siebie równoległe (czyli że fala wychodząca z S jest w przybliżeniu falą płaską). Podobną sytuację mamy także po drugiej stronie ekranu z otworem, gdzie mamy dwa promienie reprezentujące fale emitowane przez fikcyjne oscylatory rozłożone na elemencie powierzchni $d\sigma$ w początku układu współrzędnych i w punkcie o współrzędnej x .

Przyjmijmy, że pierwotna monochromatyczna fala ze źródła S dochodząca do początku układu współrzędnych umieszczonego w otworze będzie opisana następującym wzorem:

$$E_S(0) = E_0 \exp[i(kR_{10} - \omega t)]. \quad (6)$$

We wzorze tym właściwie należałoby zamiast R_{10} wstawić $R_{10}/\cos\theta$; ale jest to, jak się okaże dalej, całkowicie obojętne (w końcowych wzorach R_{10} w ogóle nie wystąpi). Fala dochodząca do punktu x “ma bliżej” zatem:

$$E_S(x) = E_0 \exp[i(kR_{10} - kx \sin \theta_1 - \omega t)]. \quad (7)$$

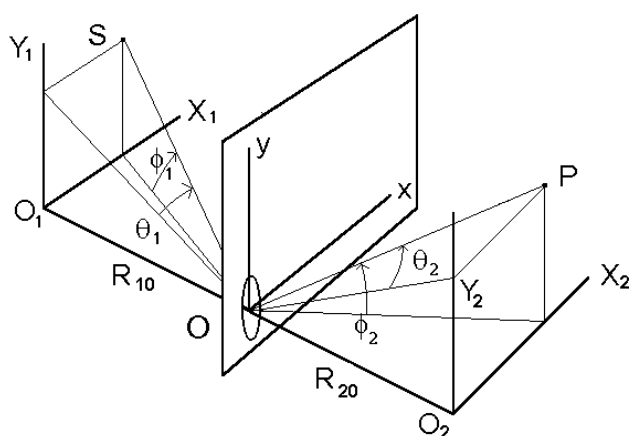
Ze wzorów (6) i (7) wynika, że oscylatory Huyghensa rozłożone wzdłuż osi x w otworze będą wzbudzone z różnymi fazami i, w związku z tym, wypromieniują fale wtórne, które także będą miały odpowiednio przesunięte fazy:

$$dE_S(x) = E_0 \exp[i(k(R_{10} + R_{20} - x \sin \theta_1 - x \sin \theta_2) - \omega t)] d\sigma. \quad (8)$$

Uwzględnienie drugiego wymiaru, y , prowadzi do pełnego wzoru:

$$dE_S(x, y) = E_0 \exp[i(k(R_{10} + R_{20} - x(\sin \theta_1 + \sin \theta_2) - y(\sin \phi_1 + \sin \phi_2)) - \omega t)] d\sigma, \quad (9)$$

gdzie kąty ϕ_1 i ϕ_2 odgrywają podobną rolę jak kąty θ_1 i θ_2 ; mianowicie ustalają położenia kątowe źródła S i punktu obserwacyjnego P (rys. 2). Oczywiście mamy także $d\sigma = dx dy$. Wzór (9) pozwala uwzględnić oscylatory Huyghensa rozłożone na całej powierzchni otworu i, tym samym, na wyliczenie całkowitego pola fali świetlnej w punkcie P .



Rys. 2. Źródło fali świetlnej S i punkt na ekranie obserwacyjnym P umieszczone są w układach odniesienia $O_1X_1Y_1$ i $O_2X_2Y_2$. Ich położenia można mierzyć także przy pomocy kątów θ_1 , θ_2 i ϕ_1 , ϕ_2 .

Pole to będzie dane całką:

$$E_S(P) = \int_{\Sigma} dE_S(x, y) dx dy, \quad (10)$$

po całej powierzchni przesłony (a właściwie otworu), która jest często nazywana całką dyfrakcyjną (wzorem dyfrakcyjnym) Fresnela-Kirchhoffa. Postać wzoru jest całkowicie zrozumiała na podstawie fizycznego rozumowania będącego podstawą zasady Huyghensa-Fresnela.

Przypomnijmy, że rozważamy dyfrakcję w warunkach gdy spełniony jest warunek Fraunhofera (duże odległości źródła i ekranu od otworu, albo tzw. “pole dalekie”). Drugi możliwy przypadek, nierozważany tutaj, to tzw. dyfrakcja Fresnela występująca dla mniejszych odległości (tzw. “pole bliskie”), kiedy, inaczej niż dla dyfrakcji Fraunhofera, w obrazie występują silnie zmieniające się z odległością cechy geometryczne obrazu (w postaci “cienia obrazu geometrycznego”), jak i wynikające z dyfrakcji (prążki).

Dla dyfrakcji Fraunhofera wprowadzimy funkcję: $T(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x, y \text{ wewn. otworu} \\ 0, & \text{poza otworem} \end{cases}$. (11)

Z (10) i (9) mamy wówczas:

$$E_S(P) = E_0 e^{i[k(R_{10} + R_{20}) - \omega t]} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ik[x(\sin\theta_1 + \sin\theta_2) + y(\sin\phi_1 + \sin\phi_2)]} \cdot T(x, y) dx dy, \quad (12)$$

gdzie funkcja $T(x, y)$ redukuje całkę do punktów (x, y) należących do otworu.

Warto zwrócić uwagę na specjalny punkt P_0 , taki że $\theta_2 = -\theta_1$ i $\phi_2 = -\phi_1$. Punkt P_0 będzie leżał na prostej przechodzącej przez S i punkt O , początek układu Oxy w płaszczyźnie otworu. Można oczekiwać, że obraz dyfrakcyjny będzie znajdował się w otoczeniu punktu P_0 , a pole fali świetlnej w tym punkcie, z (12), będzie opisane następującym wzorem:

$$E_S(P_0) = E_0 e^{i[k(R_{10} + R_{20}) - \omega t]} \iint T(x, y) dx dy. \quad (13)$$

Ostatecznie mamy:

$$E_S(P) = E_S(P_0) \cdot G_S(P), \quad (14)$$

gdzie:

$$G_S(P) = \frac{\iint T(x, y) e^{-ik[x(\sin\theta_1 + \sin\theta_2) + y(\sin\phi_1 + \sin\phi_2)]} dx dy}{\iint T(x, y) dx dy}, \quad (15)$$

będziemy nazywać *czynnikiem dyfrakcyjnym*. Warto zwrócić uwagę na formalne podobieństwo pomiędzy czynnikiem dyfrakcyjnym i interferencyjnym; oczywiste różnice wynikają z faktu, że w jednym przypadku mamy do czynienia z ciągłym rozkładem oscylatorów, którego uwzględnienie wymaga całkowania, a w drugim z rozkładem dyskretnym, który można uwzględnić za pomocą sumowania. Jedna i druga procedura jest jednak oparta na tych samych fizycznych podstawach, co bywa źródłem kłopotów z rozróżnieniem (dość przecież formalnym) pomiędzy dyfrakcją i interferencją. Przyczyna i dyfrakcji i interferencji jest w końcu ta sama; jest nią falowa natura światła.

Oczywiście najbardziej interesuje nas natężenie światła w punkcie P , które, po uwzględnieniu $I \propto E \cdot E^*$ i wzorów (12-15) wyrazi się następującym wzorem:

$$I_S(P) = I_S(P_0) |G_S(P)|^2. \quad (16)$$

Mamy zatem pewną stałą wartość:

$$I_S(P_0) \propto E_0 E_0^*. \quad (17)$$

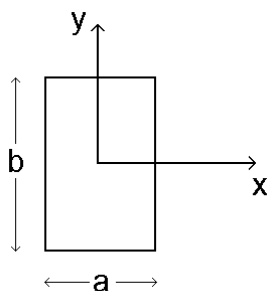
zmodyfikowaną przez drugi czynnik, $|G_S(P)|^2$, który będzie odpowiedzialny za obraz dyfrakcyjny, wytworzony przez pojedynczy otwór.

2.2. Dyfrakcja Fraunhofera na otworze prostokątnym

Rozpatrzmy otwór prostokątny o wymiarach $a \times b$, pokazany na rys. 3. Zgodnie ze wzorem Fresnela-Kirchhoffa:

$$I_S(P) = I_S(P_0) \cdot |G_S(P)|^2; \quad (18)$$

oraz
$$G_S(P) = \frac{1}{S} \iint T(x, y) e^{-ik[x(\sin\theta_1 + \sin\theta_2) + y(\sin\phi_1 + \sin\phi_2)]} dx dy \quad (19)$$



Rys. 3. Otwór prostokątny o wymiarach a i b ($a \times b$). Początek układu współrzędnych O wybieramy w środku prostokąta.

Wprowadzimy następujące oznaczenia:

$$\alpha = \frac{a}{\lambda}(\sin\theta_1 + \sin\theta_2); \quad \beta = \frac{b}{\lambda}(\sin\phi_1 + \sin\phi_2). \quad (20)$$

Podwójna całka w wyrażeniu na $G_S(P)$ może być wówczas napisana w następującej postaci:

$$G(P) = \frac{1}{a \cdot b} \int_{-a/2}^{+a/2} e^{-i2\pi\alpha \frac{x}{a}} dx \cdot \int_{-b/2}^{+b/2} e^{-i2\pi\beta \frac{y}{b}} dy. \quad (21)$$

Każda z pojedynczych całek daje się łatwo scałkować; zrobimy to dla jednej z nich:

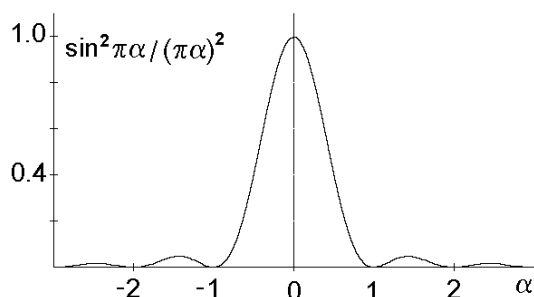
$$\int_{-a/2}^{+a/2} e^{-i2\pi\alpha \frac{x}{a}} dx = \frac{1}{-i2\pi\frac{\alpha}{a}} e^{-i2\pi\frac{\alpha}{a}x} \Big|_{-a/2}^{+a/2} = \frac{1}{-i2\pi\frac{\alpha}{a}} \left(e^{-i\pi\alpha} - e^{+i\pi\alpha} \right) = a \cdot \frac{\sin\pi\alpha}{\pi\alpha} \quad (22)$$

Podobnie będzie z drugą całką, ostatecznie mamy zatem:

$$G_S(P) = \frac{\sin\pi\alpha}{\pi\alpha} \cdot \frac{\sin\pi\beta}{\pi\beta}, \quad (23)$$

a natężenie światła w punkcie obserwacji P będzie:

$$I_S(P) = I_S(P_0) \cdot \frac{\sin^2\pi\alpha}{(\pi\alpha)^2} \cdot \frac{\sin^2\pi\beta}{(\pi\beta)^2} \quad (24)$$



Rys. 4. Jedna z funkcji tworzących czynnik dyfrakcyjny dla prostokątnego otworu.

Pierwsza z dwóch funkcji typu $\sin^2 x/x^2$ występujących w powyższym wzorze jest pokazana na rys. 4. Warto zwrócić uwagę, że wartość parametru α jest zależna od współrzędnej x punktu S i P . O ile punkt S jest ustalony może być więc traktowany jako odpowiednio unormowana współrzędna punktu P . Wszystkie zera pokazanej funkcji, z wyjątkiem jednego, odpowiadają zerom funkcji \sin , zatem ciemne miejsca na ekranie odpowiadają wartości parametru α (dla drugiej funkcji będzie to parametr β) równej $\pm 1, \pm 2, \pm 3$, itd. Maksymalną

wartość funkcji otrzymujemy w punkcie $\alpha = 0$ i to jest wyżej wspomniany wyjątek. Natężenie w każdym punkcie ekranu jest oczywiście iloczynem dwóch takich funkcji, obraz nie będzie się zatem składał z prążków, tylko z “plam” występujących w punktach przecięcia “jasnych prążków” odpowiadających kolejnym maksimum obu omawianych funkcji. Największe natężenia wystąpią zatem w tych “plamach” dla których przynajmniej jedna z funkcji przyjmuje wartość 1 czyli, że przynajmniej jeden z parametrów α lub β będzie równy zero (zobaczymy zatem charakterystyczny krzyż).

W następnym kroku należałoby parametry α i β zastąpić innymi, bardziej bezpośrednio związanymi z położeniem źródła S i punktu obserwacyjnego P. Rozpatrzmy sytuację, w której źródło położone jest w początku O_1 układu współrzędnych $O_1X_1Y_1$ ($\theta_1 = \phi_1 = 0$). Dla uproszczenia pomijając będziemy wskaźniki przy θ_2 ($\theta_2 = \theta$) i ϕ_2 ($\phi_2 = \phi$). Z definicji obu kątów i dla dużych odległości $R_{20} = L$:

$$\sin \theta \cong \frac{X_2}{R_{20}}; \quad \theta \cong \frac{X_2}{L}. \quad (25)$$

Z kolei, korzystając z definicji α otrzymamy:

$$\alpha \cong \frac{a}{\lambda} \theta \cong \frac{a}{\lambda} \cdot \frac{X_2}{L}, \quad (26)$$

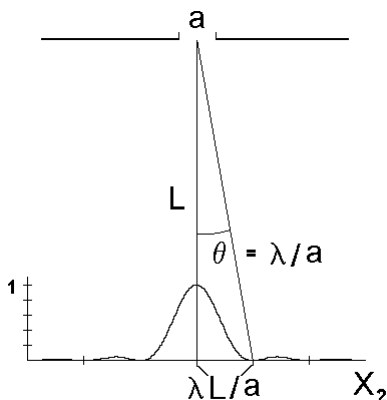
i podobnie dla β :

$$\beta \cong \frac{b}{\lambda} \phi \cong \frac{b}{\lambda} \cdot \frac{Y_2}{L}. \quad (27)$$

Tak więc otrzymujemy związki pomiędzy współrzędnymi punktu P i parametrami α i β w postaci:

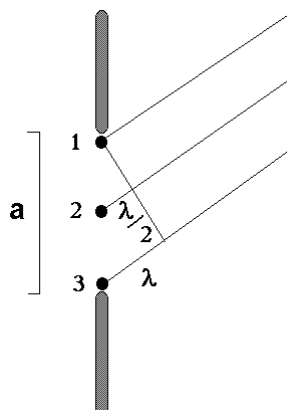
$$X_2 = \frac{\lambda L}{a} \cdot \alpha \quad \text{i} \quad Y_2 = \frac{\lambda L}{b} \cdot \beta, \quad (28)$$

pokazane dla przypadku parametru α i współrzędnej X_2 na rys. 5.



Rys. 5. Związek pomiędzy współrzędną X_2 i parametrem α . Pierwsze minimum ($\alpha = \pm 1$) odpowiada wartości X_2 równej $\lambda L/a$.

Warto zwrócić uwagę, że w przypadku interferencji dla kąta θ równego λ/L występuje jedno z maksimum głównych (rzędu I); natomiast w przypadku dyfrakcji mamy, wprost przeciwnie, minimum. Wytlumaczenie jest bardzo proste. W przypadku interferencji (wiele otworów) kątowi λ/L odpowiada różnica dróg do punktu P od sąsiednich otworów równa λ , co oznacza różnicę faz 2π , zatem interferencję konstruktywną.



Rys. 6. Destruktywna interferencja od oscylatorów rozłożonych wzdłuż otworu dla kierunku wyznaczonego przez kąt λ/a .

W przypadku dyfrakcji (jeden otwór), różnica faz pomiędzy skrajnymi oscylatorami 1 i 3 (rys. 6) wynosi co prawda 2π , jednak różnica faz pomiędzy oscylatorami 2 i 3 wynosi tylko π i ich wkłady zniosą się całkowicie. W ten sposób każdemu oscylatorowi z górnej "połówki" (od 1 do 2), można przyporządkować oscylator z dolnej "połówki" (od 3 do 2) tak, że różnica faz pomiędzy nimi wyniesie dokładnie π . W rezultacie suma pól wygenerowanych przez wszystkie oscylatory w kierunku wyznaczonym przez kąt λ/a , gdzie a jest szerokością otworu, wyniesie dokładnie zero.

2.4. Dyfrakcja Fraunhofera na otworze kołowym

Drugi przypadek dyfrakcji Fraunhofera, który rozważymy, to dyfrakcja na otworze kołowym. Przyjmijmy, że źródło leży w punkcie O_1 (patrz rys. 2), a początek układu współrzędnych Oxy wybierzemy w środku otworu kołowego (punkt O , rys. 7). Zatem $\theta_1 = \phi_1 = 0$ i prosta SP_0 (punkt P_0 wypadnie w początku układu współrzędnych O_2XY) czyli prosta łącząca początki układów współrzędnych O_1, O i O_2 , będzie osią symetrii osiowej układu (układ się nie zmieni po obrocie o dowolny kąt wokół osi O_1O_2). Ze względu na tę symetrię wystarczy rozpatrzeć punkty P leżące wyłącznie na osi O_2X_2 , wobec tego możemy także przyjąć, że $\phi_2 = 0$ i, dla uproszczenia oznaczeń, że $\theta_2 = \theta$. W ten sposób redukujemy nasz problem do problemu liniowego.

A więc natężenie światła w punkcie P , podobnie jak dla otworu prostokątnego, wyniesie:

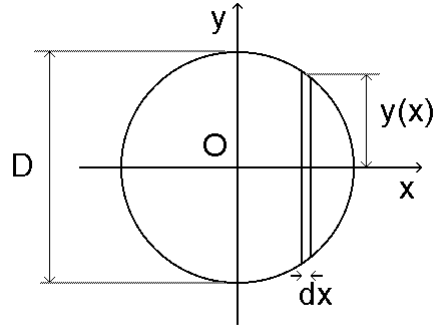
$$I(P) = I(P_0) \cdot |G(P)|^2, \quad (28)$$

gdzie:

$$G(P) = \frac{4}{\pi D^2} \int_{-D/2}^{+D/2} e^{-ikx \sin \theta} y(x) dx. \quad (29)$$

Wprowadzimy parametr α i uwzględnimy zależność y (czyli wysokości paska dx) od x (rys. 7):

$$\alpha = \frac{D}{\lambda} \sin \theta ; \quad y(x) = \sqrt{\frac{D^2}{4} - x^2}. \quad (30)$$



Rys. 7. Dyfrakcja Fraunhofera na otworze kołowym. Punkt O wybieramy w środku otworu.

Po podstawieniu otrzymamy:

$$G(P) = \frac{4}{\pi D^2} \int_{-D/2}^{+D/2} e^{-i2\pi\alpha \frac{x}{D}} 2\sqrt{\frac{D^2}{4} - x^2} dx . \quad (31)$$

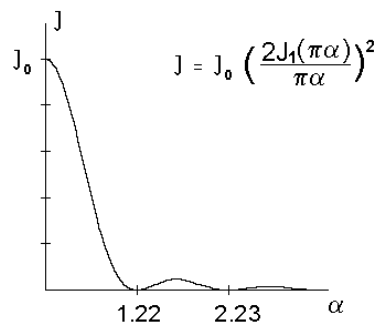
Wprowadzimy nową zmienną, $u = 2x/D$, $G(P)$ przyjmie wówczas postać:

$$\begin{aligned} G(P) &= \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-u^2} e^{-i\pi\alpha u} du = \int_{-1}^0 \dots + \int_0^{+1} \dots = \frac{2}{\pi} \int_0^{+1} \sqrt{1-u^2} (e^{-i\pi\alpha u} + e^{+i\pi\alpha u}) du = \\ &= \frac{4}{\pi} \int_0^{+1} \sqrt{1-u^2} \cos(\pi\alpha u) du , \end{aligned} \quad (32)$$

Ostatnia całka nie jest całką elementarną; jest to pewna rzeczywista funkcja parametru α nazywana funkcją Bessela pierwszego rodzaju i pierwszego rzędu (ze względu na ważną rolę funkcja ta została stabilizowana). Zatem amplituda E i natężenie I fali świetlnej w punkcie P na ekranie jest dane wzorem:

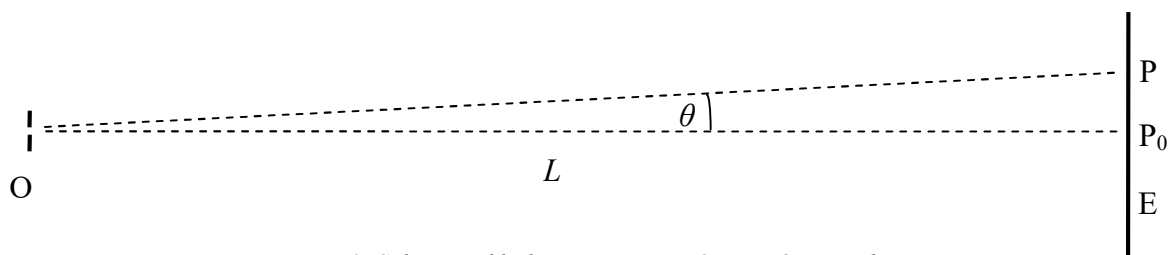
$$E(P) = E(P_0) \cdot \frac{2J_1(\pi\alpha)}{\pi\alpha} ; \quad I(P) = I(P_0) \cdot \left[\frac{2J_1(\pi\alpha)}{\pi\alpha} \right]^2 . \quad (33)$$

gdzie P_0 jest punktem środkowym ekranu (na osi optycznej). Wykres natężenia I w funkcji parametru α przedstawiony jest na rys. 8.



Rys. 8. Rozkład natężenia światła ugiętego na otworze kołowym, w funkcji parametru α .

Warto zwrócić uwagę, że pierwsze minimum, inaczej niż dla otworu prostokątnego, przypada dla $\alpha_1 = 1.22$ (a nie $\alpha = 1$). Według oznaczeń wprowadzonych wzorem (30) parametr α odpowiada kątowi θ położenia danego punktu P na ekranie, wg rys. 9.



Rys. 9. Schemat układu optycznego. O – otwór, E – ekran, P_0 – punkt na osi optycznej, P – punkt odchylony o kąt θ

Ponieważ kąt θ jest bardzo mały, to $\sin\theta \approx \theta$ i dlatego

$$\theta_{\min,1} = \alpha_{\min,1} \frac{\lambda}{D} \cong 1.22 \frac{\lambda}{D}. \quad (34)$$

Oczywiście to minimum natężenia światła, ze względu na symetrię osiową, definiuje nie prążek, ale ciemny “pierścień” otaczający centralny jasny “krążek”. Centralny krążek nosi nazwę “plamki Airy’ego” i, jak można obliczyć, zawiera on około 80% całkowitej mocy światła przechodzącego przez otwór kołowy. Następne ciemne pierścienie odpowiadają parametrowi $\alpha = 2.23, 3.24$ itd. W poniższej tabeli znajdują się wartości parametru α , zarówno dla minimum jak i maksimum natężenia.

Tab.1.

nr	α_{\min}	α_{\max}
1	1.220	1.635
2	2.233	2.679
3	3.238	3.699
4	4.241	4.710
5	5.243	5.717
6	6.244	6.722
7	7.245	7.725
8	8.245	8.728
9	9.246	9.730
10	10.246	10.732
11	11.247	11.734
12	12.247	12.735
13	13.247	13.736
14	14.247	14.737
15	15.248	15.738
16	16.248	16.739
17	17.248	17.739
18	18.248	18.740
19	19.248	19.740
20	20.248	20.741

Podsumowanie

1. Zasada Huyghensa mówi, że każdy punkt do którego dociera czoło fali staje się źródłem nowej fali elementarnej. Superpozycja (dodawanie) wszystkich fal elementarnych daje nowe czoło fali.
2. W oparciu o zasadę Huyghensa, pole fali świetlnej w dowolnym punkcie na ekranie można znaleźć całkując (sumując) wkłady od oscylatorów Huyghensa rozmieszczonych na powierzchni otworu.
3. Pierwsze minimum dla otworu kołowego odpowiada kątowi $\theta_{\min} \cong 1.22 \frac{\lambda}{D}$, gdzie D to średnica otworu. Średnica centralnego jasnego krążka (plamki Airy'ego) wynosi zatem $2r \cong 2.44 \frac{\lambda}{D} L$, gdzie L jest odległością ekranu od otworu.

3. Przebieg ćwiczenia.

Otwór wykonany uprzednio w blaszce (folii) aluminiowej oświetlić prostopadłe promieniem lasera o znanej długości fali λ . Na ustawionym w pewnej odległości L ekranie obserwować i sfotografować koliste prążki dyfrakcyjne. Na ekranie powinien znajdować się papier milimetrowy w celu zmierzenia średnicy $2r$ każdego prążka. Fotografie należy wykonać przy odpowiednio dobranym oświetleniu zewnętrznym – na tyle dużym, żeby widoczna była siatka milimetrowa, i na tyle małym, żeby prążki były maksymalnie dobrze widoczne. Zmierzyć odległość L ekranu od otworu. Odczytać długość fali λ światła laserowego.

4. Obliczenia.

4.1. Na podstawie wykonanej fotografii zdecydować, czy bardziej ostro widoczne są jasne czy ciemne prążki, i te ostrzejsze wziąć pod uwagę. Dla każdego obserwowanego prążka zmierzyć jego średnicę $d=2r$ i obliczyć średnicę otworu D .

Dzięki temu, że dla małych kątów $\sin(\theta) = \text{tg}(\theta)$, ze wzoru (30) otrzymujemy średnicę otworu

$$D = \alpha \frac{\lambda}{r} L$$

W zależności od tego, czy bierzemy pod uwagę ciemne czy jasne prążki, za parametr α przyjmując wartości z Tab. 1 odpowiednio dla minimów lub maksimów dyfrakcyjnych dla każdego prążka.

4.2. Obliczyć niepewność $u(D)$ każdej obliczonej średnicy otworu z prawa propagacji niepewności. Jako dokładny przyjmując parametr α , ponieważ obliczony jest teoretycznie, oraz długość fali λ , ponieważ znana jest z dużą dokładnością. Niepewności $u(r)$ i $u(L)$ obliczyć metodą typu B z działek elementarnych.

4.3. Obliczyć średnią wartość D_{sr} średnicy otworu metodą średniej ważonej, ponieważ niepewności $u(D)$ dla każdego prążka są znacząco różne (wzory 7 i 8 we Wstępie do skryptu Fizyka – Laboratorium).

4.4. Obliczyć niepewność $u(D_{\text{sr}})$. Jednak dlatego że prążki mają dosyć dużą szerokość (są rozmyte), dokładność detekcji każdego prążka jest raczej inna niż niepewność $u(r)$ wynikająca z działki elementarnej (1 mm). Dlatego przy obliczaniu niepewności średniej ważonej $u(D_{\text{sr}})$ należy posłużyć się wzorem (9b) (a nie 9a) z wyżej wymienionego skryptu, czyli skorzystać z metody estymacji niepewności wejściowych ($u(D)$).

4.5. We wnioskach na początku podać poprawnie zaokrąglony ostateczny wynik pomiarów wraz z niepewnością. Porównać ten wynik ze średnicą otworu obliczoną w poprzednim ćwiczeniu dzięki znajomości energii impulsu laserowego.

Literatura.

1. S. R. Meyer, Ardent: Wstęp do optyki , PWN W – wa 1997.
2. H. Klejman, Lasery, PWN W-wa 1977.
3. W. Wyřbski, Lasery wlaściwości budowa zastosowania specjalne, MON W-wa 1975.
4. red. F. Kaczmarek, II pracownia fizyczna. Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki dla zaawansowanych, PWN W-wa 1976.